Niko Strobach

Neuere Interpretationen der Aristotelischen Syllogistik

1. Einleitung

Der Titel meines Beitrags, " Neuere Interpretationen der Aristotelischen Syllogistik" legt sogleich ein paar Fragen nahe.

Erste Frage: Was sind *neuere* Interpretationen der Aristotelischen Syllogistik? Nicht nur angesichts der langen Textgeschichte von 2400 Jahren, sondern auch angesichts der relativ geringen Veröffentlichungsdichte, was wirklich interessante Ansätze angeht, möchte ich als neuere Interpretationen solche zwischen 1879 und heute ansehen.

Zweite Frage: Was ist eine *Interpretation* der Aristotelischen Syllogistik, und was geschieht dabei? Ich möchte hier sehr wenige Bemerkungen zur Textinterpretation machen und ansonsten "Interpretation" immer im Sinne der Wiedergabe in einer formalen Sprache verstehen. Für Spezialisten werde ich dabei ganze Volièren voll Eulen nach Athen tragen.

Dritte Frage: Von welcher Aristotelischen Syllogistik soll die Rede sein? Geht es:

(1) um die assertorische Syllogistik (An.pr. I 1+2, 4-7, 45)?

(2) um die Modalsyllogistik (An. pr. I 3, 8-22)?

(3) um hypothetische Syllogismen (wenn überhaupt, dann An. pr. I 44)?

(4) um alles, was unter Aristoteles' Definition von *syllogismos* (An. pr. I 1) fällt?

Alles, was unter Aristoteles' Definition von *syllogismos* fällt, als aristotelische Syllogistik zu behandeln, wäre unsinnig; dies aber nicht, weil diese Definition veraltet wäre, sondern vielmehr, weil ich sonst über die ganze Logik reden müsste. Denn diese Definition nimmt ja auf die besondere Struktur von Aristotelischen Syllogismen keinen Bezug. Vielmehr charakterisiert sie so allgemein, was ein gültiger Schluss ist, dass ich damit auch heute noch Logikkurse beginne.

Zur Modalsyllogistik will ich nur so viel sagen: Es hat sich offenbar durch die neue Interpretation von Ulrich Nortmann ein enormer Fortschritt ergeben. Die Ausführung ist dabei raffiniert, die Mittel sind relativ einfach: Nortmann nimmt weder die sogenannte *de dicto*-Lesart noch die sogenannte *de re*-Lesart der Modalaussagen in Reinform, sondern mischt; und mit an den richtigen Stellen *de dicto* vorgeschalteten Notwendigkeitsoperatoren passt auf einmal fast alles. Im übrigen ist das etwas für die Diskussion, und auf diesem Gebiet kennt sich Friedemann Buddensiek sowieso besser aus als ich.

Zu den hypothetischen Syllogismen will ich nur so viel sagen: ich glaube nicht, dass Aristoteles je etwas über sie geschrieben hat. Wenn Aristoteles über Syllogismen aus Hypothesen schreibt, so geht es - in sehr interessanter Weise - um Argumentationstheorie, aber nicht um Aussagenlogik. Die gehört den Stoikern, allenfalls noch Theophrast.

Damit sehen Sie: ich will mich ganz auf die assertorische Syllogistik beschränken, und ich werde dazu nach einer Vorerinnerung an Text im wesentlichen einfach chronologisch vorgehen.

2. Vorerinnerung zur assertorischen Syllogistik

Aristoteles beschäftigt sich in den Kapiteln zur assertorischen Syllogistik bekanntlich mit Prämissenpaaren aus Sätzen in vier verschiedenen Formen, die traditionell mit den Buchstaben A, E I und O etikettiert werden:

A:	Alle S sind P	(kurz: SaP)
E:	Kein S ist P	(kurz: SeP)
I:	Einige S sind P	(kurz: SiP)
O:	Einige S sind nicht P	(kurz: SoP).

In welcher Reihenfolge man bei den Abkürzungen die Terme notiert ist völlig egal, solange man konsequent ist. Ich habe mich hier für die deutsche Reihenfolge entschieden; beim Exzerpieren ist manchmal die griechische praktischer.

In den Prämissenpaare, mit denen sich Aristoteles beschäftigt, kommen jeweils drei Begriffe vor, wobei beide Prämissen genau einen Begriff, den *terminus medius*, gemeinsam haben. Die Frage, die sich Aristoteles stellt, ist: In welchen Fällen kann man aus solchen Prämissenpaaren einen neuen Satz einer der angegebenen Formen als Konklusion gewinnen, in dem der *terminus medius* dann weggekürzt ist? Nun können nur drei Fälle vorkommen:

1. Der *terminus medius* ist in einer der Prämissen Subjektbegriff, in der anderen Prädikatbegriff (1. Figur).
2. Der *terminus medius* ist in beiden Prämissen Subjektbegriff (2. Figur).
3. Der *terminus medius* ist in beiden Prämissen Prädikatbegriff (3. Figur).

Solange man nichts über die Reihenfolge der Prämissen festlegt, ist das eine vollständige Fallunterscheidung, und eine darauf basierende Systematik ist genau so vollständig wie eine Systematik mit vier Figuren. Aristoteles hat die vierte Figur nicht etwa übersehen - man braucht einfach nicht unbedingt eine. Der einzige Nachteil der Systematik mit drei Figuren ist, dass sie etwas ungleichmäßig wirkt: die 1. Figur bekommt doppelt so viele gültige Syllogismen ab wie die 2. oder die 3.; denn natürlich müssen die indirekten modi der 1. Figur ebenso mitgezählt werden wie die trivialen subalternen modi wie Barbari - auch wenn Aristoteles sie nicht oder nur verstreut erwähnt.

Die Systematik mit vier Figuren hat lediglich den Vorteil der größeren Gleichmäßigkeit (ich kenne dabei keinen tieferen Grund, warum in diesem Fall die gültigen Syllogismen - mit jeweils sechs pro Figur - so gleichmäßig verteilt sind). Seit dem Werk von Łukasiewicz aus den frühen 50er Jahren ist übrigens bekannt, dass wohl Galen zu Unrecht für den Erfinder der Systematik mit vier Figuren gehalten wird (auch wenn sich das noch nicht bis zu Hans Günter Zekl herumgesprochen hat); Bochenski spricht sich für einen gewissen Albalag aus; dass Leibniz sie unabhängig davon aufgestellt hat, ist unumstritten.

Nun lässt es Aristoteles bekanntlich nicht beim Auffinden der Mehrzahl der gültigen Syllogismen, er *beweist* auch die Syllogismen der 2. und 3. Figur mit Hilfe von Syllogismen der 1. Figur. Dabei argumentiert er mit Prinzipien wie:

Aus einem SeP-Satz folgt ein ein PeS-Satz (conversio simplex, E-Fall)
Aus einem SiP-Satz folgt ein ein PiS-Satz (conversio simplex, I-Fall)
Aus einem SaP-Satz folgt ein PiS-Satz (conversio per accidens, A-Fall).

Besonders schön sind die indirekten Beweise. Ich möchte als Beispiel für das Folgende allerdings einen der direkten Beweise herausgreifen. In An.pr. 27a6-9 beweist Aristoteles den Syllogismus Cesare[2] durch Rückführung auf Celarent[1]. Er zeigt also, dass folgender Schluss ok ist: "Kein N ist M; alle X sind M; also gilt: Kein X ist N."

kathgoreisqw gar to M tou men N mhdenoj, tou de X pantoj.		
[Angenommen,] M werde von keinem N ausgesagt,	1. NeM	
aber von jedem X, [so gilt,]...	2. XaM	
epei oun antistrefei to sterhtikon, da sich umkehrt [conversion simplex E] das Verneinte,...		
oudeni tJ M uparxei to N,		
daß keinem M N zukommt.	3. MeN	aus 1.
to de ge M panti tJ X epekeito		
Doch M kommt ganz X zu,...	4. XaM	2. (wiederholt)
wste to N oudeni tJ X. touto gar dedeiktai proteron.		
also N keinem X. Das wurde oben gezeigt	5. XeN	aus 3. und 4.
[als für Celarent argumentiert wurde].		(Celarent)

Zwei Dinge erscheinen mir im Zusammenhang mit diesen Reduktionsbeweisen noch erwähnenswert:

1. Ich habe mich eben etwas undeutlich ausgedrückt im Hinblick auf die Frage, welche Syllogismen der 1. Figur genau Aristoteles in den Reduktionsbeweisen zugrundelegt. Üblicherweise wird man sagen: „Die vier Syllogismen Barbara, Celarent, Darii und Ferio. Das sieht man ja in An.pr. I 4-6.“ Allerdings argumentiert Aristoteles in An.pr.I 7 dafür, dass man auch Darii und Ferio noch einsparen kann, so dass man sagen kann: letztlich legt er nur die beiden universellen Syllogismen der 1. Figur zugrunde. Tasächlich lassen sich die Beweise führen, aber es ist ein relativ neues Ergebnis, dass Aristoteles selbst sie auch wirklich einwandfrei geführt hat, denn angesichts des überlieferten Textes ist man etwas ratlos; doch Hermann Weidemann hat kürzlich gezeigt, wie man den Text mit einer Ein-Wort-Konjektur bestens reparieren kann.

2. Unterschätzt, vielleicht manchmal sogar übersehen wird An.pr. I 45; dabei könnte man sagen, dass es sich dabei um ein besonders „modernes“ Kapitel handelt. Denn hier denkt Aristoteles an, wie man auch ganz andere Syllogismen zugrundelegen kann und auch auf dieser Grundlage Reduktionsbeweise führen kann. Aristoteles war also offen für den Gedanken, dass man manchmal dieselbe Menge von Sätzen auf verschiedene Grundlagen zurückführen kann, dass also die genannten Syllogismen der 1. Figur keinen *absoluten* Ausgangspunkt bieten, sondern nur einen, der nahe liegt und gut funktioniert.

Nun aber endlich zur Wiedergabe der Syllogistik in modernen Logiken!

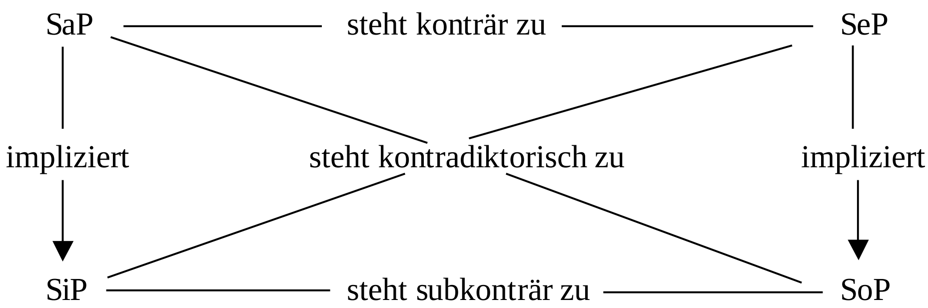
3. Neuere Interpretationen

3.1. Frege

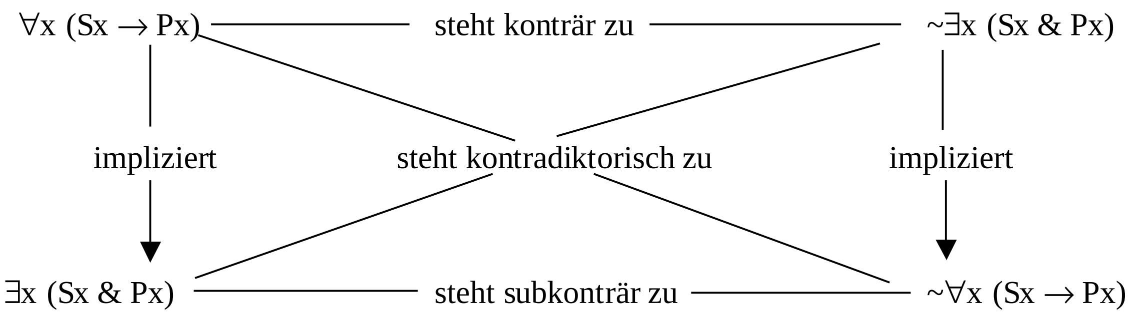
Offensichtlich ist die Syllogistik eine Theorie im Zusammenhang mit Sätzen bestimmter Form, in denen jeweils die Worte „alle“ und „einige“ bzw. ihre griechischen Äquivalent vorkommen. Gibt man daher einem Studenten, der im Logik-Einführungskurs einigermaßen zugehört hat, das traditionelle logische Quadrat zu formalisieren, so wird er sich in einfacher Weise der Prädikatenlogik 1. Stufe bedienen und vermutlich mit folgender Lösung in die nächste Sitzung kommen:

SaP:	$\forall x\ (Sx \rightarrow Px)$
SiP:	$\exists x\ (Sx \ \&\ Px)$
SeP:	$\sim\exists x\ (Sx \ \&\ Px)$
SoP:	$\sim\forall x\ (Sx \rightarrow Px)$

Das traditionelle Quadrat



wird der Student also wie folgt notieren:



Dabei hat er die Rückendeckung von Gottlob Frege, der in seiner Begriffschrift von 1879 - lediglich in etwas anderer Notation - mit genau diesen prädikatenlogischen Formeln das traditionelle logische Quadrat hinschreibt.

Leider ist das, wenn man die üblicherweise im Logikkurs vermittelte Standard-Semantik zugrundelegt, schlicht falsch. Lägen die Dinge so wie behauptet, so dürfte nämlich folgende Formel keinesfalls wahr werden:

$$\forall x\ (Sx \rightarrow Px)\ \&\ \sim\exists x\ (Sx \ \&\ Px)$$

Nehmen wir an, unser Redebereich sei die Menge aller zur Zeit lebenden Tiere. Nehmen wir an, das Zeihen „S“ stehe für die Menge der Einhörner, also bekanntlich für die leere Menge. Das ist in der Standard-Semantik erlaubt. Nehmen wir außerdem an, das Zeichen „P“ stehe für die Menge der Tiere mit rotem Fell (Füchse, Rothirsche etc.). Nun besagt die zweite Hälfte der Formel folgendes:

> Welchem Gegenstand aus dem Redebereich auch immer du das Namensschild „x“ umhängst - es wird nie passieren, dass die Formel „Sx & Px“ wahr wird.

Das stimmt, denn stellen wir uns einen beliebigen Fall vor, in dem irgendeinem Tier das Namensschild „x“ umgehängt ist. Die Formel „Sx & Px“ wird nun nur dann wahr, wenn sowohl die Formel „Sx“ als auch die Formel „Px“ wahr werden. Die Formel „Sx“ wiederum wird nur dann wahr, wenn der Gegenstand, an den ich gerade das Namensschild „x“ geheftet habe, in der Menge enthalten ist, für die das Zeichen „S“ steht. „S“ steht aber in diesem Fall für die leere Menge, und so wird das gerade „x“ benannte Tier nicht darin enthalten sein. Die Teilformel „Sx“ muss also in jedem Fall falsch sein und damit auch „Sx & Px“. Es gibt eben keine Einhörner mit rotem Fell, weil es überhaupt keine Einhörner gibt. Die erste Hälfte der Formel besagt:

> Welchem Gegenstand aus dem Redebereich auch immer du das Namensschild „x“ umhängst - es wird auf jeden Fall die Formel „Sx → Px“ wahr werden.

Das stimmt nun dummerweise auch. Stellen wir uns wieder einen beliebigen Fall vor, in dem irgendeinem Tier das Namensschild „x“ umgehängt ist. Die Formel „Sx → Px“ wird nun nur dann falsch, wenn die Formel „Sx“ wahr und die Formel „Px“ falsch wird, sonst wahr. Aber „Sx“ wird, wie gezeigt, immer falsch. Deshalb wird „Sx → Px“ auf jeden Fall wahr. Salopp gesagt: Es wird nie passieren, dass etwas ein Einhorn ist und trotzdem kein rotes Fell hat, weil es ja sowieso keine Einhörner gibt. Da beide Hälften der Konjunktion wahr sind, ist auch die ganze Formel wahr. Ich habe dieses Beispiel bewusst in quälender Ausführlichkeit vorgerechnet, um deutlich zu machen, dass Formeln von modernen Logiken etwas ganz anderes sind als Abkürzungen wie „SaP“, „SeP“ usw. Und Sie sehen: Irgendetwas ist hier schief gegangen.

Eine Reparaturmöglichkeit besteht darin, die Standard-Semantik beizubehalten und für die traditionellen Urteilsformen etwas komplizierte „Übersetzungen“ anzugeben, an denen Einhörner u.ä. sofort scheitern. Diese Strategie fahren z.B. Itsuo Tamaki und Ulrich Nortmann. Das Ergebnis sieht so aus:

$$\begin{array}{ccccc} \forall x\ (Sx \to Px)\ \&\ \exists x\ (Sx) & \text{———} & \text{steht konträr zu} & \text{———} & \sim\exists x\ (Sx\ \&\ Px) \\ \text{impliziert} & & \text{steht kontradiktorisch zu} & & \text{impliziert} \\ \downarrow & & & & \downarrow \\ \exists x\ (Sx\ \&\ Px) & \text{———} & \text{steht subkonträr zu} & \text{———} & \sim\exists x\ (Sx) \vee \exists x\ (Sx\ \&\ \sim Px) \end{array}$$

So klappt's wieder. Aber man wundert sich ein wenig, was aus dem harmlos aussehenden „SaP" und „SoP" geworden ist.

Ein zweite Strategie ist die in Logikbüchern übliche: Man übernimmt Freges logisches Quadrat und versieht es mit der kleingedruckten Bemerkung, selbstverständlich sei hierbei stillschweigend vorausgesetzt, dass keiner der Großbuchstaben für die leere Menge stehe. Das ist nicht gerade überzeugend, denn gerade gegen ein derartiges Schludern war ja Frege einmal angetreten! Ehrlicher scheint es mir da zu sein, gleich eine Nicht-Standard-Semantik zugrundezulegen, in der es von vornherein verboten ist, Großbuchstaben mit der leeren Menge zu interpretieren. Um das Ganze vollständig zu halten, braucht man dann allerdings ein Zusatzaxiom wie „$\exists x\ (\Phi x)$". Das zeigt wiederum, dass man sich hüten sollte, dieses System für alles und jedes zu benutzen. Ein Satz wie „Pegasus existiert nicht" wird z.B. in der von Quine vorgeschlagenen sehr plausiblen Formalisierung $\sim \exists x\ (Px)$ (mit „Px" für „x pegasiert") auf einmal kontradiktorisch!

3.2. Lukasiewicz

Es gibt aber auch noch eine ganz andere Strategie, die Prädikatenlogik für eine Interpretation der assertorischen Syllogistik fruchtbar zu machen. Sie geht auf Jan Łukasiewicz zurück, und sie ist schon etwas ermutigender. Łukasiewicz' hält sich, soweit ich sehe, ziemlich bedeckt, was die Frage angeht, worauf sich die Namensschildchen bei ihm eigentlich beziehen. Seine lakonische Antwort ist: „universal terms, as ‚man' or ‚animal' " (77). Was auch immer das genau sein mag (Logik ist metaphysisch geduldig). Den traditionellen Urteilsformen korrespondieren dann Aussagen über das Bestehen von zweistelligen Relationen zwischen Gegenständen der Sorte „universal terms". Ein ganzer assertorischer Syllogismus wird nun von Łukasiewicz als eine Aussage über Relationen zwischen Mengen in einer einzigen Formel notiert, und zwar im Prinzip und wieder am Beispiel von Cesare so:

$$\begin{array}{ccccc} Ecb & \& & Aab & \to & Eac \\ \uparrow & & \uparrow & & \uparrow \\ PeM & & SaM & & SeP \end{array}$$

Nun ist allerdings die Möglichkeit, Syllogismen zu notieren, noch längst keine Formalisierung der Aristotelischen Syllogistik. Denn als Minimalbedingung dafür dass ein formales System als Formalisierung der Aristotelischen Syllogistik gelten darf, wird man allerwenigstens folgendes erwarten:

(1) Jedem syllogistischen Satztripel entspricht eine Zeichenfolge im Sinne der formalsprachlichen Ressourcen des Systems;
(2) Jede solche Zeichenfolge, die einem gültigen Syllogismus entspricht, erfüllt ein bestimmtes formales Kriterium, das jede solche Zeichenfolge, die einem syllogistischen Satztripel entspricht, das *kein* gültiger Syllogismus ist, gerade nicht erfüllt.

Zunächst lässt sich festhalten, dass nach dieser Charakterisierung sowohl die Standard-Prädikatenlogik mit leeren Termen als auch die skizzierte Prädikatenlogik mit Nichtstandard-Semantik eine Formalisierung der Aristotelischen Syllogistik ist. Statt das hieran im einzelnen zu erklären, möchte ich das lieber mit Łukasiewicz‘ System tun. Łukasiewicz‘ Sprache ist eine im Vokabular etwas restringierte Prädikatenlogik, die als einzige Prädikate die zweistelligen A und I enthält. Jedem syllogistischen Satztripel entspricht in offensichtlicher Weise eine Formel. Das formale Kriterium ist bei Łukasiewicz die Herleitbarkeit im Rahmen des von ihm konzipierten Axiomensystems. Ein Axiomensystem ist eine Art Spielanleitung zum Patiencen-Legen. Bei Łukasiewicz lauten die Spielregeln sinngemäß so:

1. Du darfst eine der folgenden Formeln „einfach so hinlegen“
   Axiom 1: Aaa
   Axiom 2: Iaa
   Axiom 3: Abc & Aab $\rightarrow$ Aac [Barbara]
   Axiom 4: Aac & Iba $\rightarrow$ Iac [Datisi]
   Axiom 5: α, falls α eine von 14 aussagenlogischen Hilfsformeln ist.

2. a) Du darfst die Zeichenkette „~ I“ als „E“ abkürzen und die Zeichenkette „~ A“ als „O“.
b) Unter jede bereits gelegte Formel darfst du eine Formel legen, in der eine Sorte von Kleinbuchstabe konsequent durch eine andere ersetzt worden ist.
c) Liegen eine Formel der Form $\alpha \rightarrow \beta$ und eine Formel der Form α bereits da, darfst du eine Formel der Form β darunter legen (modus ponens).
d) Unter jede bereits gelegte aussagenlogische Formel darfst du eine Formel legen, in der (mindestens) eine Sorte von Satzbuchstaben konsequent durch eine Sorte von „Relationsformeln“ ersetzt worden ist.

Erstaunlicherweise kann man nur mit Befolgung dieser Regeln tatsächlich alle gültigen Syllogismen entsprechenden Formeln als letzte Zeile einer „Patience“ erreichen. Weit schwieriger ist es, zu zeigen, dass man unter Befolgung dieser Regeln ganz bestimmt nie eine einem ungültigen Satztripel entsprechende Formel erreichen kann. Denn man kann ja schlecht alle möglichen Beweise durchspielen. Łukasiewicz arbeitet dafür mit extra „rules of rejection“ - eine Technik die zwar funktioniert, aber sich nicht durchgesetzt hat. Immerhin sieht man so: auch Łukasiewicz‘ Vorschlag ist eine echte Formalisierung der Aristotelischen Syllogistik im Sinne der oben gegebenen Charakterisierung. Ein Problem, das er sieht, ist eine gewisse technische Unabgeschlossenheit des Systems. Hauptsächlich kritisiert worden ist er allerdings in anderen Punkten:

(1) Łukasiewicz‘ Beweise sind, wie schon die erstaunliche Axiomauswahl vermuten lässt, außerordentlich textfern. Sie liefern zwar Aristoteles‘ Ergebnisse - dies aber offenbar nicht so, wie Aristoteles sie gewinnt. Hier ist z.B. Łukasiewicz‘ Beweis für Cesare (91f) in heute gebräuchlicher Notation (immerhin wird unterwegs noch einiges anderes bewiesen):

1. Abc & Iba → Iac	Axiom 4	(Datisi)
2. (p&q → r) → (p → (q → r))	aussagenlogisches Hilfsaxiom VII	
3. (Abc & Iba → Iac) → (Abc → (Iba → Iac))	2., Substitution	
4. Abc → (Iba → Iac)	1., 3., modus ponens	
5. Aaa → (Iab → Iba)	4., Subst.	
6. Aaa	Axiom 1	
7. Iab → Iba	6., 5., m.p.	(conv. simplex I)
8. (p → (q → r)) → (q → (p → r))	a.l. Hilfsaxiom III	
9. (Abc → (Iba → Iac)) → (Iba → (Abc → Iac))	8. Subst.	
10. Iba → (Abc → Iac)	9., 4., m.p.	
11. Iaa → (Aab → Iab)	10., Subst.	
12. Iaa	Axiom 2	
13. Aab → Iab	11., 12., m.p.	(Subalternation A-I)
14. (q → r) → ((p → q) → (p → r))	a.l. Hilfsaxiom II	
15. (Iab → Iba) → ((p → Iab) → (p → Iba))	14., Subst.	
16. (p → Iab) → (p → Iba)	15., 7., m.p.	
17. (Aab → Iab) → (Aab → Iba)	16., Subst.	
18. Aab → Iba	17., 13., m.p.	(conv. per acc. A)
19. Iba → Iab	7., Subst.	
20. (p → q) → (~q → ~p)	a.l. Hilfsaxiom VI	
21. (Iba → Iab) → (~Iab → ~Iba)	20., Subst.	
22. ~Iab → ~Iba	21., 19., m.p.	
23. Eab → Eba	22., Def. E	
24. (p&q → r) → ((s → q) → (p&s → r))	a.l. Hilfsaxiom X	
25. (Abc & Iba → Iac) → ((s → Iba) → (Abc & s → Iac))	24., Subst.	
26. (s → Iba) → (Abc & s → Iac)	25., 1., m.p.	
27. (Iab → Iba) → (Abc & Iab → Iac)	26., Subst.	
28. Abc & Iab → Iac	27., 7., m.p.	(Darii)
29. (Aab → Iba) → (Abc & Aab → Iac)	26., Subst.	
30. Abc & Aab → Iac	29., 18., m.p.	(Barbari)
31. Aba → Iba	13., Subst.	
32. (Aba → Iba) → (Abc & Aba → Iac)	26., Subst.	
33. Abc & Aba → Iac	32., 31., m.p.	(Darapti)
34. (r → s) → ((p & q → r) → (q & p → s))	a.l. Hilfsaxiom XI	
35. (Iba → Iab) → ((p & q → Iba) → (q & p → Iab))	34., Subst.	
36. (p & q → Iba) → (q & p → Iab)	35., 19., m.p.	
37. Aba & Ibc → Ica	1., Subst.	
38. (Aba & Ibc → Ica) → (Ibc & Aba → Iac)	36., Subst.	
39. Ibc & Aba → Iac	38., 37., m.p.	(Disamis)
40. Aba & Icb → Ica	28., Subst.	
41. (Aba & Ibc → Iba) → (Ibc & Aba → Iab)	36., Subst.	
42. Aba & Icb → Ica	30., Subst.	
43. (Aba & Icb → Ica) → (Acb & Aba → Iac)	36., Subst.	
44. Acb & Aba → Iac	43., 42., m.p.	(Bramantip)
45. (p & q → r) → (~r & q → ~p)	a.l. Hilfsaktion XIII	
46. (Ibc & Aba → Iac) → (~Iac & Aba → ~Ibc)	45., Subst.	
47. ~Iac & Aba → ~Ibc	46., 39., m.p.	
48. Eac & Aba → Ebc	47., Def. E	
49. Ebc & Aab → Eac	48., Subst.	(Celarent)
50. (s → p) → ((p & q → r) → (s & q → r))	a.l. Hilfsaxiom IX	
51. (Eab → Eba) → ((Eba & q → r) → (Eab & q → r))	50., Subst.	
52. (Eba & q → r) → (Eab & q → r)	51., 23., m.p.	
53. (Ebc & Aab → Eac) → (Ecb & Aab → Eac)	52., Subst.	
54. Ecb & Aab → Eac	53., 49., m.p.	(Cesare) QED.

Vielleicht in noch stärkerem Maße als im eben vorgeführten Fall gilt der Vorwurf der Textferne für die „rejection“-Beweise. Denn Aristoteles argumentiert hier gar nicht axiomatisch, sondern mit genial effizienten und systematischen semantischen Gegenbeispielen (diese machen übrigens den, oft vernachlässigten, größten Teil des Textes von An. pr. I 4-6 aus).

(2) Łukasiewicz verlässt sich - bis hin zur Definition des E- und des O-Urteils mit Hilfe des Satznegators - auf jede Menge Aussagenlogik, die bei Aristoteles nicht vorkommt. Das ist zumindest anachronistisch.

(3) Łukasiewicz stellt sich gegen die Tradition, Syllogismen als dreizeilige Schlüsse anzusehen, wenn er sie als Konditionalsätze analysiert. Sein textliches Argument ist, dass Aristoteles ja selbst die Syllogismen immer in „Wenn ... dann“-Formulierungen präsentiert. Doch Arthur Prior genügt ein einziger Satz, um - zwischen Objekt- und Metasprache differenzierend -, dass das nicht reicht:

> „The Prior Analytics ... is not a book *of* syllogisms, but a book *about* syllogisms, and the statement ‚If B is predicable of every M, and M of every A, then B is predicable of every A‘ is a perfectly natural way of talking *about* syllogisms of the form ‚Every B is M, and every M is A, therefore etc.‘, and saying that all such syllogisms are valid.“ (40)

3.3. Corcoran

Trotzdem dauerte es immerhin 20 Jahre bis zu einem Ansatz, der als Antwort auf die Probleme von Łukasiewicz‘ Pionierarbeit ziemlich weitgehend überzeugen konnte. Dies ist der Mitte der 70er Jahre vor allem durch die Arbeiten John Corcorans entwickelte Gedanke, die Aristotelische Syllogistik nicht als gewissermaßen zurechtgeschrumpfte Prädikatenlogik mit Spezialaxiomen zu formalisieren, sondern als ganz eigenständigen Kalkül des natürlichen Schließens. Formal gesehen ist ein Kalkül des natürlichen Schließens eine besondere Art von Herleitungsspiel, nämlich eines ohne Axiome und mit einer Reihe von Regeln als Kern, die alle die Form besitzen:

> „Wenn du in einer Zeile dieses hast, darfst du jenes darunter legen“.

Die formale Sprache, die Corcoran benutzt, ist sehr einfach gebaut: sie enthält überhaupt keine aussagenlogischen Junktoren und hat Formeln von maximal drei Zeichen Länge, die den traditionellen Drei-Buchstaben-Abkürzungen für kategorische Aussagen ähneln; dabei stehen die Kleinbuchstaben für nichtleere Mengen, unter denen man sich Extensionen von Begriffen vorstellen mag.

SaP:	Axy,	wird genau dann wahr, wenn die „x“ genannte Menge (echte oder unechte) Teilmenge der „y“ genannten Menge ist, und falsch, wenn nicht;
SeP:	Nxy,	wird genau dann wahr, wenn die „x“ genannte Menge und die „y“ genannte Menge kein gemeinsames Element haben, und falsch, wenn doch;
SiP:	Sxy,	wird genau dann wahr, wenn die „x“ genannte Menge und die „y“ genannte Menge wenigstens ein gemeinsames Element haben, und falsch, wenn nicht.

SoP: $xy, wird genau dann wahr, wenn nicht alle Elemente der „x“ genannte Menge auch Elemente der „y“ genannten Menge sind, und falsch, wenn doch.

Das Herzstück von Corcorans Kalkül sind Regeln wie

(C1) Wenn du in einer Zeile Nxy hast, darfst du Nyx darunter legen. [conv. simplex E]
(C2) Wenn du in einer Zeile Axy hast, darfst du Syx darunter legen. [conv. per acc. A]
(C3) Wenn du in einer Zeile Sxy hast, darfst du Syx darunter legen. [conv. simplex I]
(PS1) Wenn du in einer Zeile Azy hast, und in einer weiteren Zeile Axz,
darfst du Axz darunter legen. [Barbara]
(PS2) Wenn du in einer Zeile Nzy hast, und in einer weiteren Zeile Axz,
darfst du Nxz darunter legen. [Celarent]
(PS3) Wenn du in einer Zeile Azy hast, und in einer weiteren Zeile Sxz,
darfst du Sxz darunter legen. [Darii]
(PS4) Wenn du in einer Zeile Nzy hast, und in einer weiteren Zeile Sxz,
darfst du $xz darunter legen. [Ferio]
(R) Du darfst Zeilen beliebig wiederholen.

In Beweisen versieht Corcoran zudem jede Zeile mit schematischen Kommentaren wie
+ = „Annahme“
c = „Anwendung einer der Konversionsregeln (C1), (C2) oder (C3)“
a = „Wiederholung einer Zeile
s = „Anwendung einer der syllogistischen Schlussregeln (PS1) - (PS4)“

Beweise im Corcoran-Kalkül haben nun einen gewaltigen Vorteil, der sofort ins Auge springt:

	Corcoran-Kalkül	
kathgoreisqw gar to M tou men N mhdenoj, tou de X pantoj. [Angenommen,] M werde von keinem N ausgesagt, aber von jedem X, [so gilt,]...	1. + 2. +	Nnm Axm
epei oun antistrefei to sterhtikon, da sich umkehrt [conversion simplex E] das Verneinte,...		
oudeni tJ M uparxei to N, daß keinem M N zukommt.	3. c	Nmn
to de ge M panti tJ X epekeito Doch M kommt ganz X zu,...	4. a	Axm
wste to N oudeni tJ X. touto gar dedeiktai proteron. also N keinem X. Das wurde oben gezeigt [als für Celarent argumentiert wurde].	5. s	Nxn

Sie sehen: Textnäher geht es nicht mehr. Dennoch ist Corcorans System so streng definiert, wie man es nur von einem formalen System verlangen kann, und man kann sich daher Fragen stellen wie:

> Sind genau in jedem Fall, in dem die Annahme-Formeln eines Beweises im Sinne der angegebenen Semantik wahr sind, auch die Formeln in allen daraus gewonnenen Zeilen wahr?

Dies ist die Frage nach der Vollständigkeit der Herleitungsapparats in bezug auf die angegebene Semantik. Und sie lautet erfreulicherweise „ja“. Das wiederum passt sehr gut zu Aristoteles‘ Strategie der semantischen Gegenbeispiele. Denn gerade wenn ein System vollständig ist, bedeutet ein semantisches Gegenbeispiel ja, dass man auch keinen Beweis finden kann.

3.4. Nichtextensionale Ansätze

3.4.1. Allgemeines

Obwohl Corcorans Ansatz in Richtung Textnähe das *non plus ultra* darstellen dürfte, möchte ich es nicht bei seiner Darstellung belassen. Der Grund dafür ist, dass mir scheint, dass man Aristoteles‘ noch nicht gerecht genug wird, wenn man als Interpretation der Aristotelischen Syllogistik nur die möglichst direkte Nachbildung des Textes der relevanten Kapitel der An. pr. versteht. Deshalb habe ich Ihnen auch schon eine Charakterisierung von „Formalisierung der Aristotelischen Syllogistik“ untergejubelt, die etwas weiter gefasst ist. Sie erinnern sich:

> (1) Jedem syllogistischen Satztripel entspricht eine Zeichenfolge im Sinne der formalsprachlichen Ressourcen des Systems;
> (2) Jede solche Zeichenfolge, die einem gültigen Syllogismus entspricht, erfüllt ein bestimmtes formales Kriterium, das jede solche Zeichenfolge, die einem syllogistischen Satztripel entspricht, das *kein* gültiger Syllogismus ist, gerade nicht erfüllt.

Denn diese Charakterisierung lässt nämlich die folgende Möglichkeit offen: Aristoteles hat in den relevanten Kapiteln der An.pr. eine interessante ganz allgemeine logische Struktur entdeckt, die in ganz verschiedenen logischen Systemen, sozusagen in verschiedener Einkleidung wieder auftauchen mag; die konkrete Logik des Aristoteles ist nur eine Erscheinungsform der allgemeinen Struktur „Syllogistik“ ist. Um zu illustrieren, wie ich das meine, möchte ich noch kurz drei weitere Formalisierungen der Aristotelischen Syllogistik im Sinne der gegebenen Charakterisierung skizzieren, die vom Text aus gesehen vielleicht etwas exotisch wirken:

1. Fred Sommers‘ „New Syllogistic“
2. die Mereologie als Syllogistik
3. der Nukleus einer neuen normativen Begriffslogik.

Alle diese Ansätze haben gemeinsam, dass sie vom Bezug auf Extensionen von Begriffen eher wegweisen.

3.4.2. Sommers‘ „New Syllogistic“

1. Beispiel: Die vor allem von George Englebretsen propagierte, manchmal auch einfach „New Syllogistic“ genannte Termlogik von Fred Sommers ist ein radikaler und kreativer

Versuch, mit fregescher Präsision einen erklärtermaßen tradionalistischen Gegenentwurf zu Frege zu liefern. Alle Aussagen werden dabei wie ehedem in Subjekt-Prädikatform analysiert (einerseits ist das Krampf; andererseits muss man das erstmal hinkriegen!), Prädikate und Copulae werden negiert, das Konditional wird über die Quantität des universellen Urteils definiert und nicht wie bei Frege umgekehrt und vieles Erstaunliche mehr. Bewusst setzt Sommers an die Stelle einer extensionalen mengentheoretischen Semantik die arithmetische Ausrechenbarkeit von Formeln mit Plus- und Minuszeichen. Ob die Terme leer oder voll sind, spielt keine Rolle. Und unser guter alter Bekannter Cesare erscheint in folgender kaum glaublichen Gestalt, der ich - wie in den schönen Sprachführern der Kauderwelsch-Reihe eine Wort-für-Wort-Übersetzung beigefügt habe:

-	P	-	M	-	S	+	M	=	-	S	-	P
Alle	P	sind-nicht	M	(und) alle	S	sind	M	ergibt	alle	S	sind-nicht	P

In Sprachen wie dem Hochchinesischen determiniert angeblich allein die Stellung einer Wortsilbe im Satz deren grammatische Funktion. Ähnlich ist es mit Sommers‘ Plus- und Minuszeichen: allein ihre Stellung in der Formel determiniert, was sie jeweils bedeuten. So können im Extremfall vier verschiedene Minuszeichen in derselben Formel je nach Position „alle“, „sind-nicht“, „nicht-“ und „wenn ... dann“ bedeuten. So verrückt es klingt: Sommers‘ System ist tatsächlich eine Formalisierung der Aristotelischen Syllogistik. Denn man kann die Formeln auch einfach arithmetisch ausrechnen („ -3 - 1 - 2 + 1 = -2 - 3“), und in diesem Fall ist die Tatsache, dass die Gleichung aufgeht, die formale Eigenschaft der Formel, die der Gültigkeit von Cesare entspricht. Für viele Formeln, die ungültigen Satztripeln entsprechen, ist es dagegen typisch, dass sie als Gleichung nicht aufgehen!

3.4.3. Mereologische Syllogistik?

2. Beispiel: In Joseph Novaks mittlerweile 20 Jahre alten sehr informativen Literaturüberblick findet sich die folgende von ihm auf Vuillemin zurückgeführte Idee: es müsste sich eigentlich zeigen lassen, dass auch die Mereologie - zumindest eine Variante davon - in gewisser Weise eine Formalisierung der Syllogistik darstellt. Die Mereologie, in der großen Zeit der polnischen Logikerschule erfunden von Lesnieswski, ist eine extrem sparsam axiomatisierbare allgemeine Logik der Relation „ist ein Teil von“. Dabei kann man, muss aber keineswegs, diese Relation als Teil*mengen*relation interpretieren, sondern man kann die Mereologie etwa auch anwenden, wenn man Begriffsmerkmale als intensionale Teile von Begriffen auffassen. Franz von Kutschera hat sich - wenn auch mit m.E. nicht allzu großem - Erfolg mit dieser Idee an die Interpretation des 2. Teils von Platons "Parmenides" gemacht. Wieso in einer gewissen Variante der Mereologie eigentlich eine Syllogistik wiederzufinden sein müsste, wird deutlich, wenn man sich klarmacht, dass sich das I-Urteil zum A-Urteil offenbar ganz ähnlich verhält wie die Aussage „x ist ein Teil von y“ zur Aussage „x ist identisch mit y“ (oder gar zu „y enthält x als Teil“?). Obwohl schon Novak eine formale Ausarbeitung dieser Idee anregt, ist mir keine bekannt. Hier könnte ein schönes Thema für eine Magisterarbeit schlummern.

<u>3.4.4. Normative Begriffslogik als Syllogistik</u>

3. Beispiel: Seit etwas über einem Jahr arbeiten Ludger Jansen und ich, soweit es andere Arbeit zulässt, an einer neuen Art der Begriffslogik. Diese soll, anders als Sommers‘ Logik, mit der Standard-Prädikatenlogik kompatibel sein und ist schon syntaktisch viel weniger exzentrisch. Trotzdem nimmt sie Begriffe als Begriffe ernst und identifiziert sie bewusst nicht mit ihren Extensionen. Im Mittelpunkt dieser Logik stehen drei Relatoren, die wir imp, incomp und id genannt haben. Die Relatoren imp und incomp motivieren wir - auch wenn das formal nicht zwingend ist - als Zeichen für *normative* Beziehungen zwischen Begriffen:

„A imp B“ heißt: „Wenn du den Begriff A auf etwas anwendest, so bist du, danach gefragt, ob auch B darauf zutrifft, *verpflichtet*, dies zu bejahen“

„A incomp B“ heißt: „Wenn du den Begriff A auf etwas anwendest, so ist dir, danach gefragt, ob auch B darauf zutrifft, *verboten*, dies zu bejahen“.

Der Relator „id“ drückt begriffliche Identität bzw. Synonymie aus. Die Beziehungen zwischen der Relatoren zueinander lassen sich ziemlich gut axiomatisieren, und das Ganze lässt sich mit einer sehr einfachen Semantik versehen. Eigentlich dachten wir damit eine Art minimale Begriffslogik zu haben. Zu unserer Überraschung ließ sich schon von dieser Logik zeigen, dass sie unter anderem eine Formalisierung der assertorischen Syllogistik im oben spezifizierten Sinn ist. Dasselbe gilt zwangsläufig auch für jede Erweiterung dieses Systems. Dabei hatten wir an alles Mögliche gedacht, nur nicht an Syllogistik und uns für diese Logik aus ganz anderen Gründen interessiert! Als wir auf dem GAP-Kongress in Bielefeld diese Logik vorgestellt haben, gab es noch zwei Überraschungen mehr: Zunächst stellte sich heraus, dass man mit einer kleinen Änderung in der Axiomatik die id-Relation auch weglassen kann; und kurze Zeit später habe ich gemerkt, dass man gewisse Axiome, die wir für imp und incomp angenommen hatten, für die Herleitung der den 24 assertorischen Syllogismen entsprechenden Formeln gar nicht braucht (interessanterweise übrigens ausgerechnet die formalen Gegenstücke zu den beiden ersten - umstrittenen - Łukasiewicz-Axiomen!). Somit hat sich inzwischen für mich die Vermutung herausgeschält, dass die wirkliche minimale Begriffslogik formal gesehen gar nichts anderes ist als eine Syllogistik und dass die dafür benötigten Axiome in allgemeinerer Form vielleicht auch eine Art Minimalstruktur zur Charakterisierung von Syllogistiken überhaupt liefern, wobei wir uns allerdings großzügig den aussagenlogischen Apparat dazu spendieren. Die Axiomatik lautet in konkreter begriffslogischer Gestalt:

Axiom der minimalen Begriffslogik ist

Ax 0 jede Einsetzungsinstanz eines aussagenlogischen Theorems

sowie jede Formel der Gestalt

Ax 1	A imp B & B imp C $\rightarrow$ A imp C	Transitivität von imp [$\cong$ Barbara]
Ax 2	A incomp B & C imp B $\rightarrow$ A incomp C	[$\cong$ Celarent]
Ax 3	A incomp B $\rightarrow$ B incomp A	Symmetrie von incomp [conv. simplex E]

Ax 4 A imp B → ~ A incomp B a - i Subalternation

Herleitungsregel ist der modus ponens.

Dabei ist die der conversio simplex E entsprechende Formel, das Axiom Ax 3 zu verstehen im Sinne von:

> Wenn es mir bei Anwendung des Begriffes A auf etwas verboten ist, darauf auch den Begriff B anzuwenden, dann ist es mir bei Anwendung des Begriffes B auf etwas auch verboten, darauf den Begriff A anzuwenden.

Die Cesare entsprechende Formel ist hier

> A incomp B & C imp B → A incomp C.

Und sie „bedeutet":

> „Wenn der Gebrauch von A den Gebrauch von B verbietet, aber der Gebrauch von C zum Gebrauch von B verpflichtet, dann verbietet der Gebrauch von A auch den von C".

Der Beweis besteht in einer trivalen Anwendung von Axiom 3 auf Axiom 2.

Die allgemeine Form der vorgeschlagenen Axiomatik für zwei beliebige zweistellige Relation R_1 und R_2 sieht so aus:

Axiom von Ax-Syll ist

Ax-Syll 0 jede Einsetzungsinstanz eines aussagenlogischen Theorems

sowie jede Formel der Gestalt

Ax-Syll1	$\alpha R_1 \beta \,\&\, \beta R_1 \gamma \rightarrow \alpha R_1 \gamma$	Transitivität von R_1
Ax-Syll 2	$\alpha R_2 \beta \,\&\, \gamma R_1 \beta \rightarrow \alpha R_2 \beta$	„Celarent"
Ax-Syll 3	$\alpha R_2 \beta \rightarrow \beta R_2 \alpha$	Symmetrie von R_2
Ax-Syll 4	$\alpha R_1 \beta \rightarrow \sim \alpha R_2 \beta$	R_1 impliziert „non-R_2".

Herleitungsregel ist der m.p.

4. Fazit

Ich hoffe ich konnte in meinem Beitrag folgendes andeuten: Es gibt vielleicht viele Syllogistiken, aber alle haben gerade die interessante Eigenschaft gemeinsam, je Syllogistiken zu sein. Eine Syllogistik wäre dann in einem ähnlichen Sinn eine sehr allgemeine und fundamentale Struktur wie eine Boole'sche Algebra. Wenn das so ist, dann ist Aristoteles' Entdeckung im 20. Jahrhundert, z.B. in Lehrbüchern wie Quines „Methods of Logic", oft unterschätzt worden, und wir haben ein weit besseres Motiv als Nostalgie, die Syllogistik immer noch ernst zu nehmen, mit ihr weiter zu arbeiten und Neues zu entdecken. Danke.

5. Anhang I: Kommentierte Literaturliste

5.1. Assertorische Syllogistik:

5.1.1. Die Quelle

(1) **Aristoteles**, Analytica priora Buch I, Kap. 1 + 2, 4 - 7 und 45:

Kap.1: Elementare Definitionen, inkl. weite Def. von „syllogismos"

Kap.2: Schlussregeln: conversio simplex e und i, conversio per accidens a

Kap.4: Erste Figur M ... P
S ... M
S ... P [bzw. P ... S (indirekte modi)]

Barbara, Celarent, Darii, Ferio
+ systematische Gegenbeispiele für *alle* ungültigen syllogistischen Satztripel der 1. Figur
nicht erwähnt: subalterne modi Barbari, Celaront (trivial)
nicht hier, aber z.T. anderswo erwähnt (vgl. (13)): die sechs indirekten modi Baralip, Celantes, Celantos, Dabitis, Fapesmo und Frisesmo, die der späteren 4. Figur entsprechen

Kap.5: Zweite Figur P ... M
S ... M
S ... P

Reduktionsbeweise für Cesare, Camestres, Festino, Baroco mit der 1. Figur
+ systematische Gegenbeispiele für *alle* ungültigen syllogistischen Satztripel der 2. Figur
nicht erwähnt: subalterne modi Cesaro und Camestrop (trivial).

Kap.6: Dritte Figur M ... P
M ... S
S ... P

Reduktionsbeweise für alle gültigen Syllogismen der 3. Figur (Darapti, Felapton, Datisi, Disamis Bocardo, Ferison) mit der 1. Figur + systematische Gegenbeispiele für *alle* ungültigen syllogistischen Satztripel der 3. Figur

Kap.7: Reduktionsbeweise für Darii und Ferio mit Barbara und Celarent.

Kap.45: Reduktionsbeweise in andere Richtungen

5.1.2. Übersetzungen
(2) Aristotle, Prior Analytics, translated, with introduction, notes and commentary by **Robin Smith**, Indianapolis / Cambridge 1989. Gewissenhafte Übersetzung; systematisch wie didaktisch vorbildliche Ausgabe mit Formalisierung im Stil von Corcoran.

(3) Aristoteles, Erste Analytiken Buch I, übersetzt von Theodor **Ebert**, Erlangen 1999[2], Selbstverlag. Die m.E. beste zur Zeit erhältliche deutsche Übersetzung, erhältlich über den Verfasser (Prof. Dr. Th. Ebert, Universität Erlangen, Institut für Philosophie, Bismarckstr. 1, 91054 Erlangen).

(4) Aristoteles, Organon Band 3/4: Erste Analytik, Zweite Analytik, [dt. / gr.] hrsg., übersetzt, mit Einleitungen und Anmerkungen versehen von Hans Günter **Zekl**, Hamburg (Meiner) 1998. Ein Band, der das Ansehen von Meiners grüner Reihe nachhaltig schädigt. Zitiert Prantl, als sei dieser state of the art (S.XIV). Vgl. für weitere erschütternde Details die Rezension von Hermann Weidemann in: Zeitschrift für philosophische Forschung 53(4) (1999), 602-610.

5.1.3. Zum Text
(5) Einige interessante Abweichungen vom Ross-Text mit Begründung in (2) bei **Smith** S.236-8.

(6) Hermann **Weidemann**, Aristoteles über die Reduzierbarkeit aller gültigen syllogistischen Modi auf die beiden universellen Modi der ersten Figur (An.pr. I 7, 29b1-25), in: Avgelis, Nikolaos / Peonidis, Filimon (Hg.): Aristotle on Logic. Language and Science, Thessaloniki, 1997. Sehr interessanter Vorschlag zur Textverbessererung und damit Fortschritt gegenüber (18) für das Verständnis von Kap.7!

5.1.4. Der Merkvers
(7) Version mit drei Figuren im Logikhandbuch "Summulae logicales" (gedruckt: Venedig 1572, Nachdruck bei Olms, Hildesheim 1981, S.136) von **Petrus Hispanus** (um 1175), im Internet z.B. unter http://www.uni-rostock.de/fakult/philfak/fkw/iph/strobach/demo/logik.doc und mit Erläuterungen unter
http://www.uni-rostock.de/fakult/philfak/fkw/iph/strobach/veranst/mittelalter/petrus.html.
Etwas andere Version bei I.M. Bochenski, Formale Logik, Freiburg / München 1956, 1978[4], S.247. Bei Bochenski auch Dokumentation der Ausarbeitung der vierten Figur bei Leibniz.

(8) Version mit vier Figuren (wohl nachmittelalterlich, leider ohne Quellenangabe) bei Arthur **Prior**, Artikel "Logic, Traditional" in der Encyclopedia of Philosophy, Hg. Paul Edwards, New York 1967ff. Vgl. zur Diskussion um die vierte Figur Bochenski op. cit. 250ff, Kneale / Kneale, The Development of Logic, London 1971 und Łukasiewicz in (13), S.38 - 42 (m.E. sehr überzeugend gegen Galen als Erfinder der 4. Figur).

5.1.5. Überblick zur neueren Rezeptiongeschichte
(9) Joseph **Novak**, Some Recent Work on the Assertoric Syllogistic, in: Notre Dame Journal of Formal Logic 21 (1980), 229-242. Zuverlässiger Überblick mit Diskussion von hier nicht erwähnten Ansätzen (Wedberg, Bochenski, Menne); Corcoran ist etwas kurz behandelt.
(10) Literaturbericht von Nils **Öffenberger** „Zur modernen Deutung der aristotelischen Syllogistik“, Archiv für Geschichte der Philosophie 53 (1971), 75-92. Im Mittelpunkt: Patzig (16).

5.1.6. Fregesche Notation
(11) Gottlob **Frege**, Begriffsschrift des reinen Denkens, Halle 1879, I §12 (S.24). Problematische Formalisierung des logischen Quadrates. Die Subalternation wird behauptet, obwohl sie in der im Prinzip dort zuerst entwickelten Standard-Prädikatenlogik 1. Stufe gar nicht gilt (leere Terme!).

(12) Itsuo **Tamaki**, Syllogistic and Calculus of Classes, in: Logique et analyse 17 (1974), 191 - 196. Syllogismen in prädikatenlogischer Schreibweise und Zusatzannahmen (nichtleere Terme).

5.1.7. Łukasiewicz‘ Ansatz (Implikationssätze) und Reaktionen darauf
(13) Jan **Łukasiewicz**, Aristotle's Syllogistic from the Standpoint of Modern Formal Logic, Oxford 1951[1], 1957[2], Kap. 1 - 5. Standardtext für den Ansatz, der Syllogismen als allgemeine Implikationssätze auffasst. Axiomatisierung mit lediglich Barbara, Datisi (!), Aaa („Alle a sind a“) und Iaa („Einige a sind a“), aber mit nicht weniger als 14 aussagenlogischen Hilfssätzen. Das O-Urteil als aussagenlogische Negation des A-Urteils definiert, dgl. E über I.

(14) Otto **Bird**, Syllogistic and its Extensions, Englewood Cliffs / New Jersey 1964, Kap. 1 + 2. Aufbereitung des Ansatzes von Łukasiewicz mit extensionaler Semantik als Lehrbuch. Sehr übersichtlich.

(15) Arthur **Prior**, Łukasiewicz's Symbolic Logic, in: The Australasian Journal of Philosophy 1952, 33 - 46. Sehr konsise Kritik an Łukasiewicz‘ Auffassung des Syllogismus (vgl. S.39f).

(16) Günther **Patzig**, Die aristotelische Syllogistik, Göttingen 1963[2] [engl Übersetzung von Jonathan Barnes, Dordrecht 1968], 1969[3]. Differenzierte Analyse in lockerem Anschluss an Łukasiewicz.

(17) I.M. **Bochenski**, On the Categorical Syllogism, in: Albert Menne (Hg.), Logico-philosophical Studies, Dordrecht 1962, S.15-39. Zusammenfassung bei Novak (9). Ähnlich wie Łukasiewicz mit etwas anderen Axiomen (Ferio statt Datisi).

5.1.8. Corcorans Ansatz (Natürliches Schließen)
(18) John **Corcoran**, Aristotle's Natural Deduction System, in ders. (Hg.) Ancient Logic and its Modern Interpretations, Dordrecht 1974, S.85 - 132. Der Standardtext für die Entwicklung von Corcorans Ansatz. Syllogismen werden als Beweisketten aufgefaßt, die Grundsyllogismen als Schlussregeln, nicht als Axiome. Mengentheoretische Semantik. Textnah. Sehr lesbar. Für eine noch etwas schulgerechtere Version vgl. Smith (2), S.XIX - XXII.

(19) ders.: Completeness of an Ancient Logic, in: Journal of Symbolic Logic 37 (1972), 696 - 702. Hier der in (17) ausgesparte Vollständigkeitsbeweis für das dort vorgestellte System.

(20) Timothy **Smiley**, What Is a Syllogism?, in: Journal of Philosophical Logic 2 (1973), 136-154. Ähnliche Idee wie Corcoran, aber wohl unabhängig von dessen Arbeit entstanden.

5.1.9. Ansätze mit nichtextensionaler Semantik
(21) Fred **Sommers**, The Calculus of Terms, in: George Englebretsen (Hg.), The New Syllogistic, New York 1987, S.11 - 56 (vgl. bes. S.20 - 33), ursprünglich erschienen in: Mind 1970. In Abschnitt II findet sich Sommers technische Skizze einer termlogischen Syllogistik, ein ebenso kreativer wie ungewöhnlicher anti-fregeanischer Ansatz. An die Stelle einer

mengentheoretischen Semantik tritt die arithmetische Ausrechenbarkeit von Formeln mit Plus- und Minuszeichen.

(22) J. **Vuillemin**, De la logique à la theologie, Paris 1967, referiert nach Novak (9). Idee zur Interpretation der Syllogistik als Mereologie im Sinne von Lesniewski (vgl. dazu einleitend z.B., F.v.Kutschera, Platons „Parmenides“). Das I-Urteil wird dann interpretiert als die Beziehung „ist ein Teil von“. Lt. Novak noch nicht formalisiert (evtl. dankbares M.A.-Thema!).

(23) Niko **Strobach** und Ludger **Jansen**, Ein neuer Weg zur Logik der Begriffe, Teil 1: Die minimale Begriffslogik CM, Vortrag auf dem GAP IV-Kongress 2000 in Bielefeld, z.Z. unveröffentlicht, bei den Autoren erhältlich (niko.strobach@philfak.uni-rostock.de). Entwurf einer Begriffslogik, die - im Gegensatz zu (21) - mit der Standard-Prädikatenlogik kompatibel ist. In CM werden Begriffsbeziehungen als normative Beziehungen gedeutet. Trotzdem enthält CM überraschenderweise formal gesehen eine komplette „assertorische“ Syllogistik.

<u>5.2. Modalsyllogistik</u>
<u>5.2.1. Die Quelle</u>
Aristoteles in (1) Kap.3, Kap. 8-22. Seit jeher heftig umstrittenes großes Theoriestück, in dem Syllogismen untersucht werden, in denen die Prämissen jeweils durch Modalausdrücke (ungefähr: „möglich“, „notwendig“, „vielleicht“ (kontingent), „wirklich“) modifiziert sind, wobei schwer zu sehen ist, ob dabei der Prädikatterm (de re-Lesart) oder aber der ganze Satz (de dicto-Lesart) modifiziert wird.

<u>5.2.2. Prominente Arbeiten zur Modalsyllogistik</u>
(24) A. **Becker**, Die Aristotelische Theorie der Möglichkeitsschlüsse, Berlin 1933. Locus classicus für die de re-Lesart.

(25) Storrs **McCall**, Aristotle’s Modal Syllogisms, Amsterdam 1963.

(26) Jeroen **van Rijen**, Aspects of Aristotle’s Logic of Modalities, Dordrecht 1989.

(27) Richard **Patterson**, Aristotle’s Modal Logic, Cambridge 1995. Patterson geht immerhin ab von der Alternative de dicto oder de re, hat aber bei Rezensenten wenig Gnade gefunden (vgl. die Rezension von Buddensiek in Archiv für Gesch. der Phil. 80 (1998), 88 - 96 und die Rezension von Tad Brennan, Oxford Studies in Ancient Philosophy 15 (997), S. 207 - 230).

(28) Friedemann **Buddensiek**, Die Modallogik des Aristoteles in den Analytica Priora A, Hildesheim 1994. Sehr übersichtliche und klare Darstellung, allerdings ohne abschließende Lösung.

(29) Ulrich **Nortmann**, Modale Syllogismen, mögliche Welten, Essentialismus, Eine Analyse der aristotelischen Modallogik, Berlin / New York 1996. Wie’s aussieht des Rätsels Lösung i.S. der modernen Modallogik: Weder rein de dicto noch de re, sondern gemischt - mit oft de dicto vorgeschalteten Notwendigkeitsoperatoren passt fast alles.

<u>5.3. Sogenannte hypothetische Syllogismen</u>
<u>5.3.1. Die Quelle</u>
Aristoteles in (1), Kap. 44

5.3.2. Literaturverteiler und argumentationstheoretische Deutung

(30) Niko **Strobach**, Schlüsse aus Annahmen bei Aristoteles - Eine argumentationstheoretische Deutung des syllogismos ex hypotheseôs, erscheint demnächst in: Zeitschrift für philosophische Forschung, Ausdruck beim Autor erhältlich (niko.strobach@philfak.uni-rostock.de).

6. Anhang II: Ulrich Nortmanns Rekonstruktion der Modalsyllogistik (An.pr.A 3, 8-22) [1]

Modale Syllogismen sind Syllogismen mit „modalisierten" Einzelsätzen. Dabei kann man die Modalisierung provisorisch mit den folgenden Indizes ausdrücken:

X = assertorisch
M = möglich
N = notwendig
K = kontingent (bei Nortmann i.S. von „vielleicht")

So wird z.B.

Barbara	zu Barbara XKM	
P a M	P a_X M	Alle M sind P
M a S	M a_K S	Alle S sind vielleicht M
P a S	P a_M S	Alle S sind möglicherweise P

Und der hat so seine Tücken:

Alle Millionäre sind Praktiker	(...nehmen wir mal an)
Alle Akademiker sind vielleicht Millionäre	(ist genauso denkbar wie, dass nicht...)
Alle Akademiker sind möglicherweise Praktiker	(das schließt sich begrifflich aus)

Vielleicht bringt es ja etwas, modale Syllogismen in Formeln der modernen Modalogik umzunotieren. Aber wie soll man das tun? Zunächst kann man „X" dabei weglassen und die Zeichen „K" und „M" mit Hilfe von „N" als Satzoperatoren definieren:

$M\alpha$ df.= $\sim N \sim \alpha$
$K\alpha$ df.= $M\alpha$ & $M{\sim}\alpha$.

Hier gibt es wenigstens zwei Möglichkeiten:

(1) de dicto

$\forall$ x (Mx $\rightarrow$ Px)
$\underline{K\forall \text{ x (Sx} \rightarrow \text{Mx)}}$ [= M $\forall$ x (Sx $\rightarrow$ Mx) & M ~ $\forall$ x (Sx $\rightarrow$ Mx)]
$M\forall$ x (Sx $\rightarrow$ Px)

[1] Ulrich Nortmann, Modale Syllogismen, mögliche Welten, Essentialismus, Eine Analyse der aristotelischen Modallogik, Berlin / New York (De Gruyter) 1996.

(2) de re
$\forall$ x (Mx $\rightarrow$ Px)
$\underline{\forall \text{ x (Sx} \rightarrow K\text{Mx)}}$ [= $\forall$ x (Sx $\rightarrow$ *M*Mx & *M*~Mx)]
$\forall$ x (Sx $\rightarrow$ *M*Px)

Beide Varianten sind nicht befriedigend. Man sieht das gut an einem weiteren Beispiel:

Camestres	Camestres KNX	de re	de dicto
A a B	A a_K B	$\forall$ x (Bx $\rightarrow$ *K* Ax)	*K* $\forall$ x (Bx $\rightarrow$ Ax)
<u>A e C</u>	<u>A e_N C</u>	<u>$\forall$ x (Cx $\rightarrow$ *N* ~ Ax)</u>	<u>*N* $\forall$ x (Cx $\rightarrow$ ~ Ax)</u>
B e C	B e_X C	$\forall$ x (Cx $\rightarrow$ ~ Bx)	$\forall$ x (Cx $\rightarrow$ ~ Bx)

I) Die de re-Variante hat den Vorteil, dass sie sich gut rechtfertigen lässt:
(Nortmann S.12: „Es folgt offensichtlich, dass...“)
z.z.: $\forall$ x (Bx $\rightarrow$ *K* Ax), $\forall$ x (Cx $\rightarrow$ *N* ~ Ax) $\Rightarrow$ $\forall$ x (Cx $\rightarrow$ ~ Bx)

1. $\forall$ x (Bx $\rightarrow$ *K* Ax)	maior
2. $\forall$ x (Cx $\rightarrow$ *N* ~ Ax)	minor
3. *N* ~ Ax	Annahme
4. ~ *M* ~ ~ Ax	3., Def. *M*
5. ~ *M* Ax	4., aussagenlogisch
6. *N* ~ Ax $\rightarrow$ ~ *M* Ax	5., aussagenlogisch
7. *K* Ax $\equiv$ *M* Ax & *M* ~ Ax	6., Def. *K*
8. *K* Ax $\rightarrow$ *M* Ax	7., aussagenlogisch
9. ~ *M* Ax $\rightarrow$ ~ *K* Ax	8. aussagenlogische Kontraposition
10. *N* ~ Ax $\rightarrow$ ~ *K* Ax	6., 9., aussagenlog. Kettenschluss
11. $\forall$ x (*N* ~ Ax $\rightarrow$ ~ *K* Ax)	10., Univ. Generalisierung
13. $\forall$ x (Cx $\rightarrow$ ~ *K* Ax)	2., 11. präd.log. Kettenschluss
14. $\forall$ x (~ *K* Ax $\rightarrow$ ~ Bx)	1., interne Transposition
15. $\forall$ x (Cx $\rightarrow$ ~ Bx)	17., präd.log. Kettenschluss QED.

Das Problem damit ist, dass Aristoteles für Camestres KNX unter Verwendung einer in dieser Lesart ungültigen Konversionsregel argumentiert, nämlich

A e_N C $\Leftrightarrow$ C e_N A.

Denn das entspricht in der de re-Lesart:

(*)$\forall$ x (Cx $\rightarrow$ *N* ~ Ax) $\equiv$ $\forall$ x (Ax $\rightarrow$ *N* ~ Cx).

Aber das ist kein Theorem irgendeiner gebräuchlichen Modallogik. Und das ist auch gut so. Denn es ist unplausibel: Alles, was in der Wirklichkeit ohne Hilfsmittel eine Geschwindigkeit von 250 km / h errreicht, ist in keiner möglichen Welt ein Mensch (Autos etc. sind essentiellerweise keine Menschen!). Aber warum soll es nicht eine mögliche Welt geben, in der alle Menschen 250 km / h schnell umherrennen? Setzt man nun C als „ist ohne Hilfsmittel 250 km / h schnell“ und A als „ist ein Mensch“, so lässt sich das notieren als klares Gegenbeispiel zur Formel (*):

$\forall$ x (Cx $\rightarrow$ *N* ~ Ax) & $\forall$ x (Ax & *M* Cx).

II) Mit der de dicto-Variante ist es umgekehrt. Zwar ist die Konversionsregel

(**) $N \forall x (Cx \to \sim Ax) \equiv N \forall x (Ax \to \sim Cx)$

jetzt unproblematisch. Aber mit der de dicto-Lesart ist Camestres KNX gar nicht erst allgemeingültig:

$K \forall x (Bx \to Ax)$
Es gibt ein mgl. Welt, in der alle Fortbewegungsmittel Schlitten sind (und natürlich auch eine, in der nicht)

$N \forall x (Cx \to \sim Ax)$
In allen mgl. Welt gilt: was ein Radfahrzeug ist, ist kein Schlitten.

Es kann aber ja wohl keine Rede davon sein, dass daraus folgt:

$\forall x (Cx \to \sim Bx)$
Kein Radfahrzeug ist ein Fortbewegungsmittel.

Nortmanns Hypothese ist nun: Anstatt sich zu entscheiden, an welche von zwei möglichen Stellen man einen Modaloperator setzt, kann ja auch mal an *beiden* Stellen welche setzen. Die de re / de dicto -Unterscheidung ist hier nicht erschöpfend. Nortmann schlägt daher zunächst provisorisch z.B. folgende Lesarten vor (22, 62):

$A\ a_N\ B = \quad N \forall x (Bx \to NAx)$
$A\ e_N\ B = \quad N \forall x (Bx \to N \sim Ax)$
$A\ a_K\ B = \quad N \forall x (Bx \to KAx)$
$A\ e_K\ B = N \forall x (Bx \to K \sim Ax)$
$A\ a_M\ B = \quad N \forall x (Bx \to MAx)$
$A\ e_M\ B = \quad N \forall x (Bx \to M \sim Ax)$.

Das Strickmuster ist einfach: Man nehme die de re-Lesart, schalte aber jeweils einen Notwendigkeitsoperator (quasi de dicto) *vor* die ganze Formel dazu.

Ganz so einfach bleibt es nicht. In den endgültigen Hypothesen wird der Quasi de dicto Notwendigkeitsoperator hinter den Allquantor gezogen und die Formel ggfs. durch eine „Fülleklausel“ ergänzt. Dass Fülleklauseln nötig sind, wenn man aristotelische Logik in nach-fregesche Logiken umnotieren will, überrascht natürlich nicht mehr. Die Frage, ob die Reihenfolge von Allquantor und Notwendigkeitsoperator egal ist, ist unter Modallogikern ein unter dem Stichwort „Barcan-Formel“ bekanntes Wespennest, um das ich jetzt lieber einen ganz großen Bogen mache. Kurz gesagt: Die Reihenfolge ist egal, wenn man annimmt, dass in allen möglichen Welten dieselben Individuen existieren. Das lässt sich entweder dadurch erreichen, dass alle möglichen Objekte zum Individuenbereich jeder Welt gezählt werden (falls Sie an sowas glauben...); oder dadurch, dass man einfach nur betrachtet, wie die tatsächlich vorhandenen Objekte auch noch sein könnten, ohne an Fälle zu denken, wo Objekte dazukommen oder fehlen.

Nortmanns endgültige Formeln lauten:

$A\ a_X\ B = \quad \forall x\ (Bx \rightarrow Ax)\ \&\ \exists x\ (Bx)$ für die assertorische Syllogistik
$A\ a_X\ B = \quad \forall x\ (Bx \rightarrow \sim Ax)\ \&\ \exists x\ (Bx)$

$A\ a_X\ B = \quad \forall x\ N\ (Bx \rightarrow Ax)\ \&\ \exists x\ (Bx)$für die Möglichkeits-Syllogistik
$A\ a_X\ B = \quad \forall x\ N\ (Bx \rightarrow \sim Ax)\ \&\ \exists x\ (Bx)$

$A\ a_N\ B = \quad \forall x\ N\ (Bx \rightarrow N Ax)\ \&\ \exists x\ N\ (Bx)$
$A\ e_N\ B = \quad \forall x\ N\ (Bx \rightarrow N \sim Ax)\ \&\ \exists x\ N\ (Bx)$

$A\ a_K\ B = \quad \forall x\ N\ (Bx \rightarrow K Ax)\ \&\ \exists x\ K\ (Bx)$
$A\ e_K\ B = \forall x\ N\ (Bx \rightarrow K \sim Ax)\ \&\ \exists x\ K\ (Bx)$

$A\ a_M\ B = \quad \forall x\ N\ (Bx \rightarrow M Ax)\ \&\ \exists x\ M\ (Bx)$
$A\ e_M\ B = \quad \forall x\ N\ (Bx \rightarrow M \sim Ax)\ \&\ \exists x\ M\ (Bx)$

$A\ i_X\ B = \exists x\ (Bx\ \&\ Ax)$
$A\ o_X\ B = \quad \exists x\ (Bx\ \&\ \sim Ax)$

$A\ i_N\ B = \exists x\ N(Bx\ \&\ N\ Ax)$
$A\ o_N\ B \ = \quad \exists x\ N(Bx\ \&\ N \sim Ax)$

$A\ i_K\ B = \exists x\ K(Bx\ \&\ K\ Ax)$
$Ao_K\ B = \exists x\ K(Bx\ \&\ K \sim Ax)$

$A\ i_M\ B = \exists x\ M(Bx\ \&\ M\ Ax)$
$A\ o_M\ B = \quad \exists x\ M(Bx\ \&\ M \sim Ax)$

Machen wir die Annahme, unter der die Reihenfolge von Allquantor und *N* egal wird, so gewinnen wir übrigens aus (**) die Konversionsregel:

(***) $N\ \forall x\ (Cx \rightarrow \sim Ax) \equiv N\ \forall x\ (Ax \rightarrow \sim Cx)$

Die Hauptarbeit von Nortmanns Buch (die ich hier nicht referieren kann) besteht nun darin, zu zeigen, dass mit diesen Strukturhypothesen die von Aristoteles als gültig behaupteten modalen Syllogismen zum allergrößten Teil tatsächlich gelten (die Zahl von Rechenfehlern, die man dem Autor auch bei diesem Vorgehen noch unterstellen muss, wird vergleichsweise sehr gering) und dass sie sich in den aristotelischen Textverlauf einpassen.

Betrachten wir als Beispiele noch einmal Camestres KNX und Barbara XKM. Bei Nortmann lautet Camestres KNX im Kern:

$\forall x\ N\ (Bx \rightarrow K\ Ax)$
$\underline{\forall x\ N\ (Cx \rightarrow N \sim Ax)}$
$\forall x\ N\ (Cx \rightarrow \sim Bx)$.

Nun ist folgender Rückführungsbeweis möglich (274 - 277):

1. $\forall$ x N (Bx $\rightarrow K$ Ax)	maior
2. $\forall$ x N (Cx $\rightarrow N$ ~ Ax)	minor
3. $\forall$ x N (~ N ~ Ax $\rightarrow$ ~ Cx)	2., Kontraposition
4. $\forall$ x N (MAx $\rightarrow$ ~ Cx)	3., Def. M
5. $\forall$ x N (Bx $\rightarrow$ (M Ax & M ~ Ax))	1., Def. K
6. $\forall$ x N (Bx $\rightarrow M$ Ax)	5., aussagenlogisch abgeschwächt
7. $\forall$ x N (Bx $\rightarrow$ ~ Cx)	6., 4., Kettenschluss
8. $\forall$ x N (Cx $\rightarrow$ ~ Bx)	7. mit (***), QED.

Und Barbara XKM lautet im Kern:

$\forall$ x N (Bx $\rightarrow$ Ax)
$\underline{\forall \text{ x } N \text{ (Cx} \rightarrow K\text{Bx)}}$
$\forall$ x N (Cx $\rightarrow M$Ax).

Dafür ist folgender Beweis möglich (vgl. S.193f):

1. $\forall$ x N (Bx $\rightarrow$ Ax)	maior
2. $\forall$ x N (Cx $\rightarrow K$Bx)	minor
3. $\forall$ x N (MBx $\rightarrow M$Ax)	1., modallog. intern $[(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (M\alpha \rightarrow M\beta)]$[2]
4. $\forall$ x N (Cx $\rightarrow$ (MBx & M~Bx))	2., Def. K
5. $\forall$ x N (Cx $\rightarrow M$Bx)	4., aussagenlogisch intern abgeschwächt
6. $\forall$ x N (Cx $\rightarrow M$Ax)	5., modallog. Kettenschluss, QED.

Natürlich passt auf diese Rekonstruktion der eingangs gegebene unplausible Beispielsatz nicht, sondern Beispiele, die man hierfür finden mag, dürften allesamt plausibel sein.

[2] Übrigens schon in K (vgl. Hughes / Cresswell, A New Introduction to Modal Logic (35)) als DR3, nicht erst in S4 erhältlich, wie Nortmanns Formulierung nahelegt.